La minute Math 6GSC n°11: Les coniques : suite

Exercices III: corrections

1. Pour quelle(s) valeur(s) de p, la droite D qui a pour équation : $y = 2x-p$ est-elle tangente à E qui a pour équation $9x^2+16y^2 = 144$?

   Il faut que D et E n'aient qu'un seul point d'intersection ; le delta du système doit être nul, donc remplaçons y par sa valeur dans l'équation de E :

   $9x^2 +16(2x-p)^2 - 144 = 0$; $9x^2 +16 (4x^2 - 4px +p^2) - 144 = 0$;

   $73x^2 - 64px +16p^2- 144 = 0$.

   Le delta doit être nul, donc :

   $4096p^2 - 4672p^2 + 42048 = 0$; d'où $p^2 = 42048/576 = 73$;

   D'où $p = +/-\sqrt{73}$ et

   La droite D qui a pour équation $y = 2x +/-\sqrt{73}$

2. On donne H qui a pour équation $3x^2-7y^2 = 21$. Déterminez, si possible, une équation cartésienne des éventuelles tangentes à l'hyperbole parallèles à D qui a pour équation $x - 2y = 6$.

   H a pour équation $3x^2-7y^2 = 21$ et

T a pour équation $x - 2y = p$ (par exemple ou toute autre lettre ; cela marque le fait que T est parallèle à la droite citée)

Donc T a pour équation : $x = p + 2y$

Recherchons H inter T, il faut que l'intersection se réduise à Un et un seul point, delta doit donc être égal à 0 ! Remplaçons x^2 dans H ; notre exercice devient :

$3(p + 2y)^2 - 7y^2 = 21$; d'où $3(p^2 + 4py + 4y^2) - 7y^2 = 21$

$5y^2 + 12py + 3p^2 - 21 = 0$ recherchons le delta :

$144p^2 - 20(3p^2 - 21) = 0$; $84p^2 = -420$ d'où impossible, d'où il n'existe pas de tangente parallèle à la droite donnée