Minute 14 : Résolution d'équations : corrections

On peut résoudre l'exercice 1 de deux manières différentes

A) Comme nous l'avons fait par le passé soit
$\cos 4x - \cos 2x = 0$ d'où $\cos 4x = \cos 2x$ on peut supprimer les cos moyennant les précautions d'usage : $4x = +/- 2x + 2k\pi$; donc le +/- car des angles opposés ont même cosinus et $+2k\pi$ car donné à un tour près.
Deux cas se présentent + et - :
+ : $4x = 2x + 2k\pi$, $2x = 2k\pi$, $x = k\pi$; première solution
- : $4x = -2x + 2k\pi$, $6x = 2k\pi$, $x = 2k\pi/6 = k\pi/3$; deuxième solution

Ou

B) $\cos 4x - \cos 2x = 0$; on a grâce au formule de Simpson : $-2\sin 3x.\sin x = 0$ donc $\sin 3x = 0$ d'où $3x = k\pi$, $x = k\pi/3$
ou $\sin x = 0$ d'où $x = k\pi$; nous obtenons les mêmes solutions

exercice 2:

$\sin 4x - \sin 2x = 2\sin x$, puis $2\sin x.\cos 3x = 2\sin x$ via formules de Simpson, puis $2\sin x.\cos 3x - 2\sin x = 0$ donc $2\sin x\,(\cos 3x - 1) = 0$
et OU $\sin x = 0$ d'où $x = k\pi$ première solution
OU $\cos 3x - 1 = 0$ d'où $\cos 3x = 1$ donc $3x = 2k\pi$ et $x = (2k\pi)/3$ deuxième solution

exercice 3 :

$\sin x = \sin 5x + \sqrt{3}\cos 3x$; $0 = \sin 5x - \sin x + \sqrt{3}\cos 3x$; $\sin 5x - \sin x + \sqrt{3}\cos 3x = 0$
via Simpson : $2\sin 2x\cos 3x + \sqrt{3}\cos 3x = 0$; $\cos 3x\,(2\sin 2x + \sqrt{3}) = 0$ donc
OU $\cos 3x = 0$ d'où $3x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (ou $+/-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$) d'où $x = \frac{\pi}{6} + (k\pi)/3$ première solution
OU $2\sin 2x + \sqrt{3} = 0$ d'où $\sin 2x = -(\sqrt{3})/2$ d'où $2x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ 2ème solution
Et son supplémentaire : $2x = \pi - -\frac{\pi}{3} + 2k\pi = \pi + \frac{\pi}{3} + 2k\pi = 4\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $x = 2\frac{\pi}{3} + k\pi$ 3ème solution

exercice 4 :

$\sin x + \sin 3x + \sin 9x - \sin 5x = 0$ via Simpson nous aurons :
$2\sin 2x.\cos x + 2\sin 2x.\cos 7x = 0$; d'où $2\sin 2x(\cos x + \cos 7x) = 0$ via Simpson encore :
$2\sin 2x(2\cos 4x.\cos 3x) = 0$; $4\sin 2x.\cos 4x.\cos 3x = 0$ d'où
OU $\sin 2x = 0$ d'où $2x = k\pi$ et $x = (k\pi)/2$ première solution
OU $\cos 4x = 0$ d'où $4x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (ou $+/-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$) ; d'où $x = \frac{\pi}{8} + (k\pi)/4$ 2ème solution
OU $\cos 3x = 0$ d'où $3x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (ou $+/-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$) ; d'où $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ 3ème solution